

EXAMEN 2ÈME SESSION DE MÉTHODES QUANTITATIVES 2

Durée : 2 heures

Les téléphones portables doivent être éteints. Le barème est donné à titre indicatif. Une table de loi statistique est disponible à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 - (7 points) Le tableau suivant contient, pour 10 pays d'Amérique en 2015, le taux d'urbanisation X (qui est le quotient de la population en zone urbaine sur la population totale) et le taux de natalité Y (qui est le quotient du nombre de naissances sur le nombre de femmes âgées de 15 à 49 ans).

Pays	Taux d'urbanisation x_i en %	Taux de natalité y_i en %
Brésil	86	1,77
Canada	82	1,59
Chili	90	1,82
Cuba	77	1,47
El Salvador	67	1,91
Etats Unis	82	1,87
Guatemala	52	2,90
Haïti	59	2,69
Mexique	79	2,27
Paraguay	60	1,91

1. Calculer \bar{x} , \bar{y} , $V(x)$, $V(y)$ et $Cov(x, y)$.
2. Calculer le coefficient de corrélation r , et interpréter le résultat obtenu.
3. (a) En utilisant la méthode MCO, calculer les coefficients \hat{a} et \hat{b} de la droite de régression de Y selon x .
(b) En 2015, le taux d'urbanisation à Porto Rico était de 94%. Estimer le taux de natalité dans ce pays en 2015.
4. Effectuer le test du coefficient de corrélation linéaire de Student au seuil de signification de 5 %.
5. Calculer des intervalles de confiance de \hat{a} et \hat{b} au seuil de signification de 5 %.

Exercice 2 - (2,5 points) En intégrant par parties, calculer $\int_0^{\ln(2)} xe^{-x} dx$.

Exercice 3 - (4 points) Etudier la convexité de la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \ln(1 + x^2)$.

Suite au verso.

Exercice 4 - (6,5 pts) Dans cet exercice on pose $f(x, y) = \frac{1}{1+xy}$.

1. Préciser l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de f , c'est-à-dire $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$.
3. Déterminer le(s) point(s) critique(s) éventuel(s) de f .
4. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de f , c'est-à-dire $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

Annexe : Table de Student

ddl \ proba	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	318,289
2	1,886	2,92	4,303	6,965	9,925	22,328
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,894
6	1,44	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	1,397	1,86	2,306	2,896	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,25	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,93
13	1,35	1,771	2,16	2,65	3,012	3,852
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	1,337	1,746	2,12	2,583	2,921	3,686
17	1,333	1,74	2,11	2,567	2,898	3,646
18	1,33	1,734	2,101	2,552	2,878	3,61
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	1,323	1,721	2,08	2,518	2,831	3,527
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	1,319	1,714	2,069	2,5	2,807	3,485
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	1,316	1,708	2,06	2,485	2,787	3,45
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	1,31	1,697	2,042	2,457	2,75	3,385
60	1,296	1,671	2	2,39	2,66	3,232
90	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183
120	1,289	1,658	1,98	2,358	2,617	3,16