

PARTIEL DE TECHNIQUES QUANTITATIVES 2

Les téléphones portables doivent être éteints. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 - (7 pts) On réalise une étude sur 5761 femmes portant sur la survenue d'accouchements prématurés et sur l'exposition à des événements stressants. La variable X représente le type d'accouchement, et Y un score sur une échelle de 1 à 4, où 1 représente une absence de stress et 4 un stress très important. On obtient le tableau suivant.

Type d'accouchement (X) Score (Y)	1	2	3	4
à terme	4698	413	250	197
prématuré	165	16	12	10

1. Donner n_{22} , n_{1+} et n_{+3} .
2. Calculer f_{2+} et f_{+4} .
3. Calculer f_X à terme $|_{Y=1}$.
4. Calculer la moyenne marginale \bar{y} et la variance $V(y)$.
5. En utilisant la table statistique disponible à la fin de l'énoncé, effectuer un test du khi2 au seuil de signification de 5%. Conclure sur la dépendance entre X et Y .

Exercice 2 - (6 pts) Dans cet exercice on pose $f(x, y) = \ln(x^2 + y^4)$.

1. Préciser l'ensemble de définition de la fonction f .
2. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 de f , c'est-à-dire $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}$.
3. Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 de f , c'est-à-dire $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

Exercice 3 - (7 pts) Considérons la fonction f définie par $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f , et les limites de f aux bornes de cet ensemble.
2. Calculer la dérivée f' de f et montrer que f possède un unique point critique.
3. Montrer que la dérivée seconde de f est donnée par $f''(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 2)}{x^3}$. En déduire que le point critique de f est un minimum, et étudier la convexité de f .
4. Dresser le tableau de variation de f et en déduire la nature du minimum.
5. Tracer l'allure du graphe de f , en mettant en évidence ses propriétés.

Annexe : Table du khi2

ddl \ t	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	10,83	7,88	6,64	5,02	3,84	2,71	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	13,82	10,60	9,21	7,38	5,99	4,61	0,21	0,10	0,05	0,02	0,01	0,00
3	16,27	12,84	11,35	9,35	7,82	6,25	0,58	0,35	0,22	0,12	0,07	0,02
4	18,47	14,86	13,28	11,14	9,49	7,78	1,06	0,71	0,48	0,30	0,21	0,09
5	20,52	16,75	15,09	12,83	11,07	9,24	1,61	1,15	0,83	0,55	0,41	0,21