

EXAMEN 2ÈME SESSION

Durée : 2 heures

Les téléphones portables doivent être éteints. Le barème est donné à titre indicatif. Une table du khi2 est disponible à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 - (10 points) Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

1. Déterminer le gradient de la fonction suivante en précisant son domaine de définition :

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 5y^2).$$

2. En utilisant la formule de Taylor-Young, donner le développement limité à l'ordre 2 en 0 de la fonction définie par $g(x) = \sqrt{1 + 2x}$.
3. En intégrant par parties, calculer $\int_0^1 x e^{-4x} dx$.
4. En utilisant la formule de changement de variable, calculer $\int_0^1 \frac{x}{x^2+3} dx$.
5. Etudier si les intégrales généralisées suivantes convergent ou non (sans les calculer) :

$$(a) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}} \qquad (b) \int_1^{+\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^3} dx.$$

Exercice 2 - (10 points) Le tableau suivant donne la durée moyenne (en minutes) des communications téléphoniques selon le niveau d'études :

Durée \ Niveau	Secondaire	Universitaire
[0 ; 2[	7	10
[2 ; 4[	21	15
[4 ; 6[	42	25

1. Que représentent les caractères X et Y ? Préciser les nombres r et s de modalités de chacun.
2. Combien vaut n_{++} ? Que représente-t-il ?
3. Calculer n_{+2} et n_{1+} . Que représentent-ils ?
4. Calculer f_{23} . Que représente-t-il ?
5. Calculer f_{3+} . Que représente-t-il ?
6. Calculer $f_{X=x_1|Y=y_2}$. Que représente-t-il ?
7. Calculer la moyenne marginale $\bar{x}$ et la variance $V(x)$.
8. Effectuer un test du khi2 au seuil de signification de 5%. Conclure sur la dépendance entre X et Y .

Annexe : Table du khi2

ddl \ t	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	10,83	7,88	6,64	5,02	3,84	2,71	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	13,82	10,60	9,21	7,38	5,99	4,61	0,21	0,10	0,05	0,02	0,01	0,00
3	16,27	12,84	11,35	9,35	7,82	6,25	0,58	0,35	0,22	0,12	0,07	0,02
4	18,47	14,86	13,28	11,14	9,49	7,78	1,06	0,71	0,48	0,30	0,21	0,09
5	20,52	16,75	15,09	12,83	11,07	9,24	1,61	1,15	0,83	0,55	0,41	0,21
6	22,46	18,55	16,81	14,45	12,59	10,65	2,20	1,64	1,24	0,87	0,68	0,38
7	24,32	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	2,83	2,17	1,69	1,24	0,99	0,60
8	26,12	21,96	20,09	17,54	15,51	13,36	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34	0,86
9	27,88	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	4,17	3,33	2,70	2,09	1,74	1,15
10	29,59	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16	1,48