Examen

Durée : 2 heures

Les téléphones portables doivent être éteints.

Exercice 1 - Une étude porte sur le nombre d'applications (entre 0 et 100) utilisées par mois sur smartphone.

On donne : $\begin{cases} Q_1 = 20 \\ Q_2 = 30 \\ Q_3 = 60 \end{cases}$

1. Donner la nature du caractère étudié.
2. Représenter la boîte à moustaches en expliquant votre schéma.
3. Calculer le coefficient de Yule et interpréter votre résultat.

Exercice 2 - Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

1. Posons $E = \{x \in \mathbb{R} \text{ tq } x^2 - 7x + 12 \leq 2\}$. Déterminer, si ils existent, le maximum, le minimum, la borne supérieure et la borne inférieure de E dans $\mathbb{R}$.
2. Soit $f(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-5x+6}$. Calculer les limites de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$, 2, 3 et $+\infty$.
3. Calculer la limite de $\sqrt{x^2 + x + 5} - x$ quand x tend vers $+\infty$.

Exercice 3 au verso

Exercice 3 - Le but de cet exercice est l'étude de la fonction f définie par

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}.$$

1. Dans cette question, on étudie la fonction auxiliaire g définie par

$$g(x) = 1 - x + e^x.$$

   (a) Déterminer l'ensemble de définition de g, et calculer les limites de $g(x)$ aux bornes de cet ensemble.

   (b) Calculer la dérivée de g.

   (c) Dresser le tableau de variation de g.

   (d) En déduire le signe de g.

2. On revient maintenant à la fonction f définie au début de l'exercice.

   (a) Déterminer l'ensemble de définition de f, et les limites de $f(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.

   (b) Calculer la dérivée de f et en déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

   (c) Dresser le tableau de variation de f.

   (d) Démontrer que la courbe représentative de f possède une asymptote oblique en $+\infty$ et en donner une équation.

   (e) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, et la déterminer à 10^{-1} près.

   (f) Notons $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f. Montrer que la droite T d'équation $y = 2x + 1$ est tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x = 0$.