

PARTIEL

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.

16.5

Exercice 1 -

- /1 (a) Démontrer que $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2y - x^2 = 0\}$ n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 .
- /2 (b) Démontrer que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 3y + z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .
- /1,5 (c) Donner une base du sous-espace vectoriel F en précisant sa dimension.
- /2 (d) Démontrer que le vecteur $u = (1, 1, 1)$ appartient à F , et déterminer ses coordonnées dans la base obtenue à la question précédente.

Exercice 2 - Calculer $3A^T + 2BC$, où A , B et C sont les trois matrices suivantes :

13

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Exercice 3 - A l'aide du pivot de Gauss, mettre sous forme ligne-échelle réduite la matrice suivante :

15

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -9 & 6 & 3 & -9 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 & 7 & 10 \\ -1 & -3 & 1 & -3 & -4 & -2 \\ 2 & 6 & -6 & -12 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Exercice 4 - Résoudre le système suivant en exprimant l'ensemble des solutions comme somme d'une solution particulière et d'une solution du système homogène associé :

13

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ -2x + y + 2z = 1 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

Exercice 5 - Résoudre le système suivant en fonction des paramètres réels a et b :

$$\begin{cases} x + ay = 3 \\ 2x - by = -1 \end{cases}$$

12.5