PARTIEL

Durée : 2 heures

*Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.***Exercice 1 -**

- (16.5) /1 (a) Démontrer que $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 + xy = 0\}$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$.
- /2 (b) Démontrer que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -x + 2y + 2z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
- /1.5 (c) Donner une base du sous-espace vectoriel F en précisant sa dimension.
- /2 (d) Démontrer que le vecteur $u = (2, -2, +3)$ appartient à F , et déterminer ses coordonnées dans la base obtenue à la question précédente.

Exercice 2 - Calculer $2A^T - 3BC$, où A , B et C sont les trois matrices suivantes :

(25)
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 5 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Exercice 3 - A l'aide du pivot de Gauss, mettre sous forme ligne-échelle réduite la matrice suivante :

(5)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -4 & -3 & 7 & -4 & 5 \\ -1 & 2 & 3 & -3 & 1 & -6 \\ 3 & -6 & -6 & 9 & -3 & 10 \end{bmatrix}.$$

Exercice 4 - Résoudre le système suivant en exprimant l'ensemble des solutions comme somme d'une solution particulière et d'une solution du système homogène associé :

(13)
$$\begin{cases} -x + 2y - z = 7 \\ 2x + y - 3z = -4 \\ x + 3y - 4z = 3 \end{cases}$$

Exercice 5 - Résoudre le système suivant en fonction des paramètres réels a et b :

(13)
$$\begin{cases} x - by = 2 \\ ax + y = 1 \end{cases}$$