

EXAMEN DE MÉTHODES QUANTITATIVES 2

2ÈME SESSION

Durée : 2 heures

Les téléphones portables doivent être éteints. Le barème est donné à titre indicatif. Une table de loi statistique est disponible à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 - (12 points) Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

1. Trouver les extrema éventuels de la fonction $f(x) = (x-1)^2(x+3)$ et en déterminer la nature.
2. Donner le développement de Taylor-Lagrange en 0 à l'ordre 2 de la fonction $g(x) = \ln(1-3x)$.
3. Posons $h(x, y) = \exp(y \ln(x))$. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de h , c'est-à-dire $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x}$, en précisant leur ensemble de définition.
4. (a) En intégrant par parties, calculer l'intégrale suivante : $\int_1^2 x \cos(\pi x) dx$.
(b) En utilisant la formule de changement de variable, calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 x \sqrt{1+4x^2} dx.$$

Exercice 2 - (10 points) Pendant l'Euro de football, on étudie le lien entre le nombre de buts marqués pendant un match par une équipe (noté X) et le nombre de points que ce match lui rapporte (noté Y).

Nombre de buts marqués (X) Nombre de points obtenus (Y)	0	[1;3]
0	12	6
[1;2]	11	31
[3;5]	2	10

1. Donner n_{21} , n_{2+} et n_{+1} .
2. Calculer f_{1+} et f_{+2} .
3. Calculer $f_{Y \in [1;3] | X=0}$.
4. Calculer la moyenne marginale $\bar{x}$ et la variance $V(x)$.
5. Calculer la moyenne marginale $\bar{y}$ et la variance $V(y)$.
6. Calculer la covariance de X et Y .
7. Effectuer un test du khi2 au seuil de signification de 5%. Conclure sur la dépendance entre X et Y .

Annexe : Table du khi2

ddl \ t	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	10,83	7,88	6,64	5,02	3,84	2,71	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	13,82	10,60	9,21	7,38	5,99	4,61	0,21	0,10	0,05	0,02	0,01	0,00
3	16,27	12,84	11,35	9,35	7,82	6,25	0,58	0,35	0,22	0,12	0,07	0,02
4	18,47	14,86	13,28	11,14	9,49	7,78	1,06	0,71	0,48	0,30	0,21	0,09
5	20,52	16,75	15,09	12,83	11,07	9,24	1,61	1,15	0,83	0,55	0,41	0,21
6	22,46	18,55	16,81	14,45	12,59	10,65	2,20	1,64	1,24	0,87	0,68	0,38
7	24,32	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	2,83	2,17	1,69	1,24	0,99	0,60
8	26,12	21,96	20,09	17,54	15,51	13,36	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34	0,86
9	27,88	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	4,17	3,33	2,70	2,09	1,74	1,15
10	29,59	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16	1,48
11	31,26	26,76	24,73	21,92	19,68	17,28	5,58	4,58	3,82	3,05	2,60	1,83
12	32,91	28,30	26,22	23,34	21,03	18,55	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07	2,21
13	34,53	29,82	27,69	24,74	22,36	19,81	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57	2,62
14	36,12	31,32	29,14	26,12	23,69	21,06	7,79	6,57	5,63	4,66	4,08	3,04
15	37,70	32,80	30,58	27,49	25,00	22,31	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60	3,48
16	39,25	34,27	32,00	28,85	26,30	23,54	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14	3,94
17	40,79	35,72	33,41	30,19	27,59	24,77	10,09	8,67	7,56	6,41	5,70	4,42
18	42,31	37,16	34,81	31,53	28,87	25,99	10,87	9,39	8,23	7,02	6,27	4,91
19	43,82	38,58	36,19	32,85	30,14	27,20	11,65	10,12	8,91	7,63	6,84	5,41
20	45,31	40,00	37,57	34,17	31,41	28,41	12,44	10,85	9,59	8,26	7,43	5,92
21	46,80	41,40	38,93	35,48	32,67	29,62	13,24	11,59	10,28	8,90	8,03	6,45
22	48,27	42,80	40,29	36,78	33,92	30,81	14,04	12,34	10,98	9,54	8,64	6,98
23	49,73	44,18	41,64	38,08	35,17	32,01	14,85	13,09	11,69	10,20	9,26	7,53
24	51,18	45,56	42,98	39,36	36,42	33,20	15,66	13,85	12,40	10,86	9,89	8,09
25	52,62	46,93	44,31	40,65	37,65	34,38	16,47	14,61	13,12	11,52	10,52	8,65
26	54,05	48,29	45,64	41,92	38,89	35,56	17,29	15,38	13,84	12,20	11,16	9,22
27	55,48	49,65	46,96	43,20	40,11	36,74	18,11	16,15	14,57	12,88	11,81	9,80
28	56,89	50,99	48,28	44,46	41,34	37,92	18,94	16,93	15,31	13,57	12,46	10,39
29	58,30	52,34	49,59	45,72	42,56	39,09	19,77	17,71	16,05	14,26	13,12	10,99
30	59,70	53,67	50,89	46,98	43,77	40,26	20,60	18,49	16,79	14,95	13,79	11,59
31	61,10	55,00	52,19	48,23	44,99	41,42	21,43	19,28	17,54	15,66	14,46	12,20
32	62,49	56,33	53,49	49,48	46,19	42,59	22,27	20,07	18,29	16,36	15,13	12,81
33	63,87	57,65	54,78	50,73	47,40	43,75	23,11	20,87	19,05	17,07	15,82	13,43
34	65,25	58,96	56,06	51,97	48,60	44,90	23,95	21,66	19,81	17,79	16,50	14,06
35	66,62	60,28	57,34	53,20	49,80	46,06	24,80	22,47	20,57	18,51	17,19	14,69