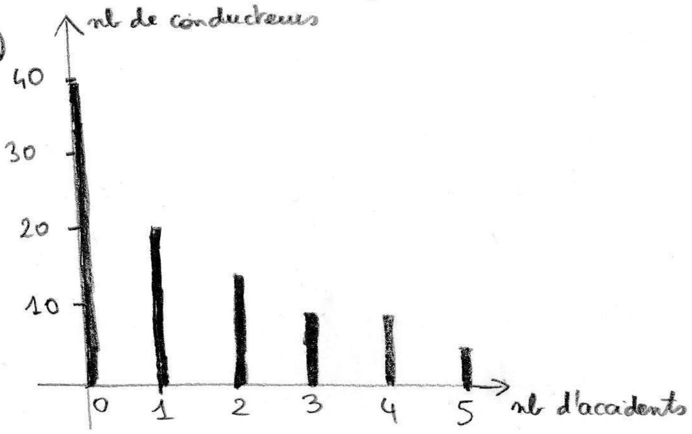
Corrigé du partiel

Exercice 1 :

1) caractère quantitatif discret

2)



3)

x_i	n_i	$n_i x_i$	f_i	f_{icc}	f_{icd}	$n_i x_i^2$
0	40	0	0,4	0,4	1	0
1	20	20	0,2	0,6	0,6	20
2	15	30	0,15	0,75	0,4	60
3	10	30	0,1	0,85	0,25	90
4	10	40	0,1	0,95	0,15	160
5	5	25	0,05	1	0,05	125
Total	100	145	1	/	/	455

On a : $\bar{x} = \dfrac{1}{n} \sum_i n_i x_i$ où $n = \sum_i n_i = 40+20+15+10+10+5 = 100$

$$= \frac{1}{100} \times (40\times 0 + 20\times 1 + 15\times 2 + 10\times 3 + 10\times 4 + 5\times 5)$$

$$= \frac{145}{100}$$

$$= 1{,}45$$

4) On rappelle que $f_i = \dfrac{n_i}{n}$ et $f_{icc} = \sum_{j \leq i} f_j$; $f_{icd} = \sum_{j \geq i} f_j$

(voir tableau 3))

5) On a : $n = 100$ donc n est pair et $\dfrac{n}{2} = 50$

On a donc : $Me = \dfrac{50\text{ième observation} + 51\text{ième observation}}{2}$

$= \dfrac{1+1}{2} = 1$

Donc 50% des conducteurs ont eu moins d'un accident cette année et 50% des conducteurs ont eu plus d'un accident cette année.

6) On a : $V(x) = \dfrac{1}{n} \sum_i n_i x_i^2 - \overline{x}^2$

$= \dfrac{1}{100} \times (40 \times 0^2 + 20 \times 1^2 + 15 \times 2^2 + 10 \times 3^2 + 10 \times 4^2 + 5 \times 5^2) - 1{,}45^2$

$= \dfrac{455}{100} - 1{,}45^2$

$= 4{,}55 - 2{,}1025$

$= 2{,}4475$

d'où $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 1{,}5644$

On a alors $CV(x) = \dfrac{\sigma(x)}{\overline{x}} = \dfrac{1{,}5644}{1{,}45} = 1{,}08$

7) Le pourcentage de conducteurs qui sont à moins d'un écart-type de la moyenne est le pourcentage de conducteurs dont le nombre d'accidents est dans l'intervalle $[\overline{x} - \sigma(x) ; \overline{x} + \sigma(x)] = [1{,}45 - 1{,}56 ; 1{,}45 + 1{,}56]$

$= [-0{,}09 ; 3{,}01]$

c'est à dire ayant eu au plus 3 accidents.

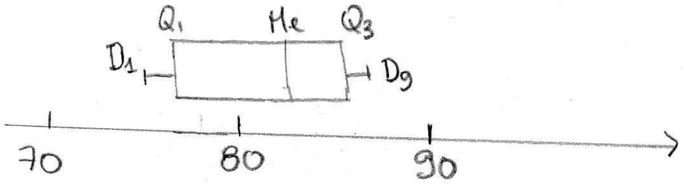
Ce pourcentage est donc $\dfrac{40+20+15+10}{100} = \dfrac{85}{100} = 85\%$

exercice 2 :

1) On a : $EIQ = Q_3 - Q_1 = 86 - 77 = 9$ ans

Les 50% de pensionnaires qui ne sont pas parmi les 25% plus jeunes ni parmi les 25% plus vieux ont une différence d'âge d'au plus 9 ans.

2)

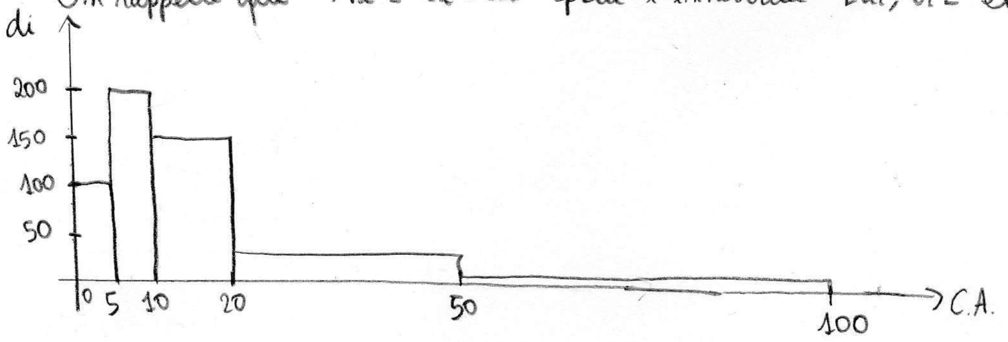


exercice 3 :

1)

C.A (en M€)	n_i	A_i	d_i	x_i	$n_i x_i$	f_i	f_{icc}	$n_i x_i^2$
[0;5[	100	5	100	2,5	250	0,12	0,12	625
[5;10[	200	5	200	7,5	1500	0,25	0,37	11250
[10;20[	300	10	150	15	4500	0,38	0,75	67500
[20;50[	150	30	25	35	5250	0,19	0,94	183750
[50;100[	50	50	5	75	3750	0,06	1	281750
Total	800	/	/	/	15250	1	/	

On rappelle que $A_i = b_i - a_i$ pour l'intervalle $[a_i; b_i[$ et $d_i = \frac{n_i}{A_i} \times A_{i\,min} = \frac{n_i \times 5}{A_i}$

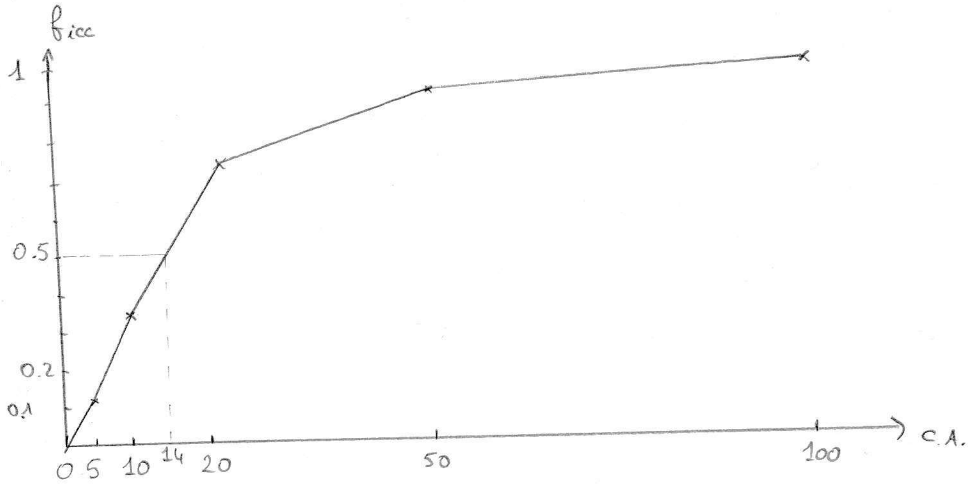


2) On a : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i n_i x_i$ où $n = \sum n_i = 800$ (voir tableau 1))

$= \frac{15250}{800} = 19.06$ M€

3) On rappelle que $f_i = \frac{n_i}{n}$ et $f_{icc} = \sum_{j \leq i} f_j$

(voir tableau 1))



On estime donc graphiquement que $Me \approx 14$ M€

4) La classe médiane est : $[10;20[$

On a donc que $Me = \dfrac{(0.5-0,37)}{(0,75-0,37)} \times (20-10) + 10$

$\approx 13,42$ M€

Ainsi, 50% des entreprises du secteur de la construction ont un chiffre d'affaires inférieur à 13,42 M€

et 50% des entreprises du secteur de la construction ont un chiffre d'affaires supérieur à 13,42 M€

5) Commençons par calcul Q_1 et Q_3.

$Q_1 \in [5;10[$ donc $Q_1 = \dfrac{(0.25-0,12)}{(0.37-0,12)} \times (10-5)+5$

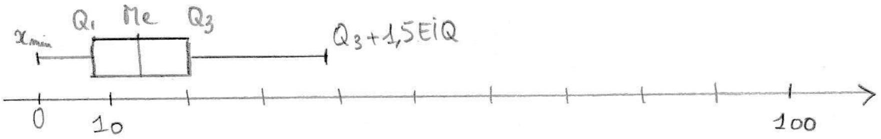
$= 7,6$ M€

$Q_3 \in [20;50[$ donc $Q_3 = \dfrac{(0,75-0,75)}{(0,94-0,75)} \times (50-20)+20$

$= 20$ M€

On a alors : $EIQ = Q_3 - Q_1 = 20 - 7,6 = 12,4$ M€

d'où
- $Q_1 - 1,5\,EIQ = 7,6 - 1.5 \times 12,4 = -11 < 0$ donc $x_{min} = 0 > Q_1 - 1,5\,EIQ$ donc on ne coupe pas la moustache de gauche.
- $Q_3 + 1.5\,EIQ = 20 + 1,5 \times 12,4 = 38,6 < 100$ donc $x_{max} = 100 > Q_3 + 1,5\,EIQ$ donc on coupe la moustache de droite à $Q_3 + 1,5\,EIQ = 38,6$ M€



6) La densité di est maximale pour la classe [5; 10[(voir tableau 1)

Donc la classe modale est [5; 10[.

On a alors : $Mo = \dfrac{(h - h_2) \times x_1 + (h - h_1) \times x_2}{(h - h_1) + (h - h_2)}$ avec $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 10 \\ h_1 = 100 \\ h = 200 \\ h_2 = 150 \end{cases}$

$= \dfrac{(200 - 150) \times 5 + (200 - 100) \times 10}{(200 - 100) + (200 - 150)}$

$= 8{,}33$ M€

7) On a : $V(x) = \dfrac{1}{n} \sum_i n_i x_i^2 - \bar{x}^2$ (voir tableau 1)

$= \dfrac{544375}{800} - 19{,}06^2$

$= 680{,}47 - 363{,}28$

$= 317{,}19$

donc $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = 17{,}81$ M€

On a alors $CV(x) = \dfrac{\sigma(x)}{\bar{x}} = \dfrac{17{,}81}{19{,}06} = 0{,}93$

8) On sait que les effectifs sont équidistribués selon les classes donc :

. nb d'entreprises dont le C.A $\in [7; 10[$ $= \dfrac{(10-7)}{(10-5)} \times$ nb d'entreprises dont le CA $\in [5; 10[$.

$= \dfrac{3}{5} \times 200 = 120$

nb d'entreprises dont le C.A. $\in [10; 15[$ $= \dfrac{(15-10)}{(20-10)} \times$ nb d'entreprises dont le CA $\in [10; 20[$

$= \dfrac{1}{2} \times 300 = 150$.

Donc la proportion d'entreprises dont le chiffre d'affaires est compris entre 7 et 15 millions d'euros est : $\frac{120+150}{800} \simeq 33,75\%$

9). On a donc si les chiffres d'affaires augmentent de 10% :

$y = (1+0.1)x = 1.1x$

donc $\bar{y} = \overline{1.1x} = 1.1\bar{x} = 1.1 \times 19,06 = 20,97\,\text{M€}$

$\sigma(y) = \sigma(1.1x) = 1.1\,\sigma(x) = 1.1 \times 17,81 = 19,59\,\text{M€}$

• On a donc si les chiffres d'affaires augmentent tous de 1 million d'euros :

$z = x + 1$

donc $\bar{z} = \overline{x+1} = \bar{x} + 1 = 19,06 + 1 = 20,06\,\text{M€}$.

$\sigma(z) = \sigma(x+1) = \sigma(x) = 17,81\,\text{M€}$