



# CORRIGE LEARNING BY DOING

L1Eco TQ

Octobre 2014

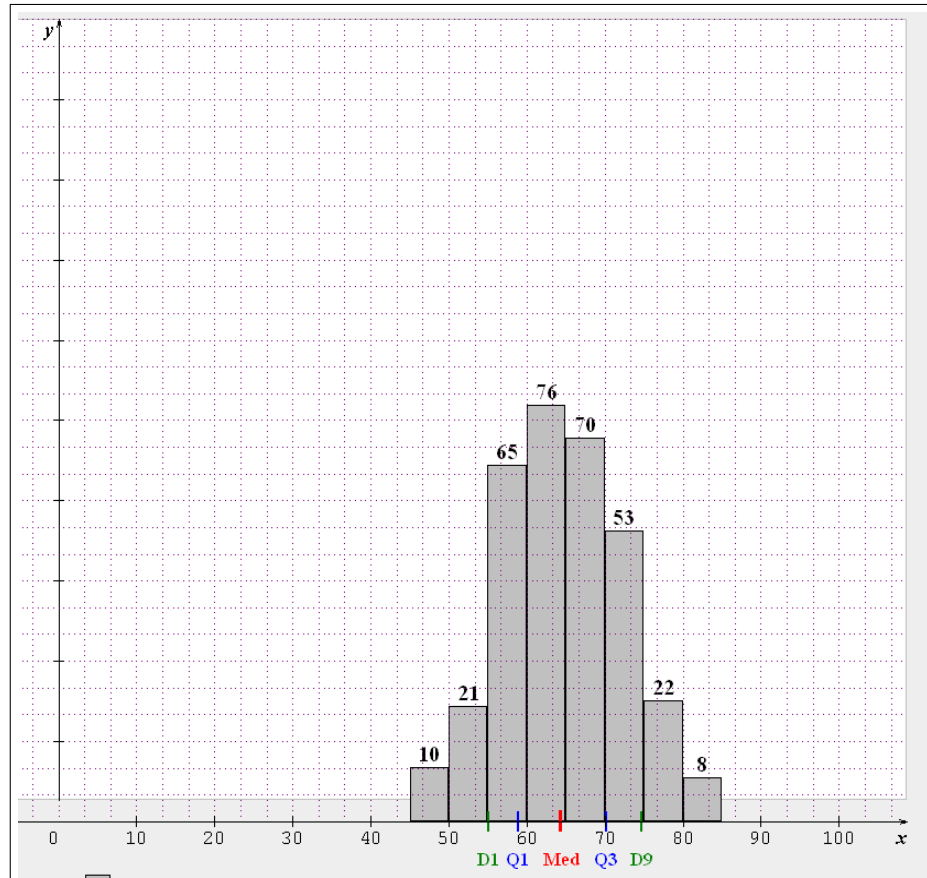
## 1 EXERCICE-1

On donne ici le tableau statistique qui permettra de répondre aux différentes questions de l'exercice.

| $a_i$ | $b_i$ | $x_i$ | $n_i$ | $n_i \cdot c$ | $n_i x_i$ | $n_i x_i^2$ |
|-------|-------|-------|-------|---------------|-----------|-------------|
| 45    | 50    | 47,5  | 10    | 10            | 475       | 22562,5     |
| 50    | 55    | 52,5  | 21    | 31            | 1102,5    | 57881,25    |
| 55    | 60    | 57,5  | 65    | 96            | 3737,5    | 214906,25   |
| 60    | 65    | 62,5  | 76    | 172           | 4750      | 296875      |
| 65    | 70    | 67,5  | 70    | 242           | 4725      | 318937,5    |
| 70    | 75    | 72,5  | 53    | 295           | 3842,5    | 278581,25   |
| 75    | 80    | 77,5  | 22    | 317           | 1705      | 132137,5    |
| 80    | 85    | 82,5  | 8     | 325           | 660       | 54450       |
|       |       |       | 325   |               | 20997,5   | 1376331,25  |

1.

Il s'agit d'un caractère quantitatif continu dont les classes sont d'égales amplitudes, il n'y a donc pas à corriger les effectifs.

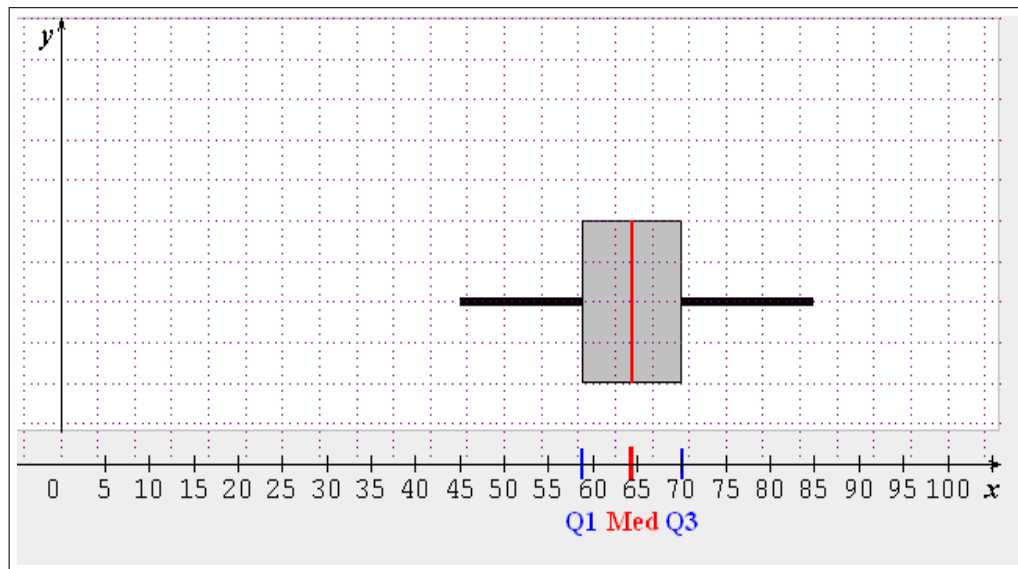


2. La classe modale est la classe de plus grande densité, donc dans le cas d'amplitudes égales, de plus grand effectif, c'est donc la classe  $[60; 65]$ . Il reste à calculer le mode à l'intérieur de la classe modale en considérant les classes encadrant la classe modale, ce qui donne avec les notations du cours :  $\begin{cases} x_1 = 60 \\ x_2 = 65 \end{cases}, \begin{cases} h = 76 \\ h_1 = 65 \text{ et } h_2 = 70 \end{cases}$

$$\begin{cases} k_1 = h - h_1 = 11 \\ k_2 = h - h_2 = 6 \end{cases} \text{ et pour conclure :}$$

$$M_o = \frac{k_2 x_1 + k_1 x_2}{k_2 + k_1} = \frac{6 * 60 + 11 * 65}{17} \simeq 63.24 ; \text{ comme prévu, le mode est plus grand que } 62.5, \text{ car il est attiré par la classe de droite.}$$

3. Le premier quartile de cette série est localisé grâce aux effectifs cumulés croissants, il y a au moins 25% de la série avant  $Q_1$ , donc  $\frac{325}{4} = 81.25$  observations,  $Q_1$  est donc dans la classe  $[55; 60[$  ; il reste à effectuer une interpolation linéaire, par exemple en écrivant l'alignement des trois points :  $A(55, 31), B(60, 96)$  et  $M(Q_1; 81.25)$ , ce qui donne :  $\frac{96-31}{60-55} = \frac{81.25-31}{Q_1-55}$  soit :  $Q_1 - 55 = \frac{81.25-31}{65} * 5$  et  $Q_1 = 55 + \frac{50.25}{13} = 58.87$  ; il y a 25% des observations qui sont inférieures ou égales à 58.87.
4. On calcule l'écart inter-quartile :  $EIQ = Q_3 - Q_1 = 70.17 - 58.87 = 11.3$  ; par convention on limite la taille des moustaches à  $1.5EIQ$ , pour éliminer les observations aberrantes.  $1.5EIQ = 1.5 * 11.3 = 16.95$  ; la valeur minimale du caractère est de 45 et la valeur maximale de 85, ce qui donne à priori pour les tailles des moustaches :  $\begin{cases} \text{à gauche } Q_1 - \text{Min}(x) = 58.87 - 45 = 13.87 \leq 16.95 \\ \text{à droite } \text{Max}(x) - Q_3 = 85 - 70.17 = 14.83 \leq 16.95 \end{cases}$  ; les moustaches ne posent pas de problème, on garde comme extrémité le minimum 45 et le maximum 85.



Boîte à moustaches

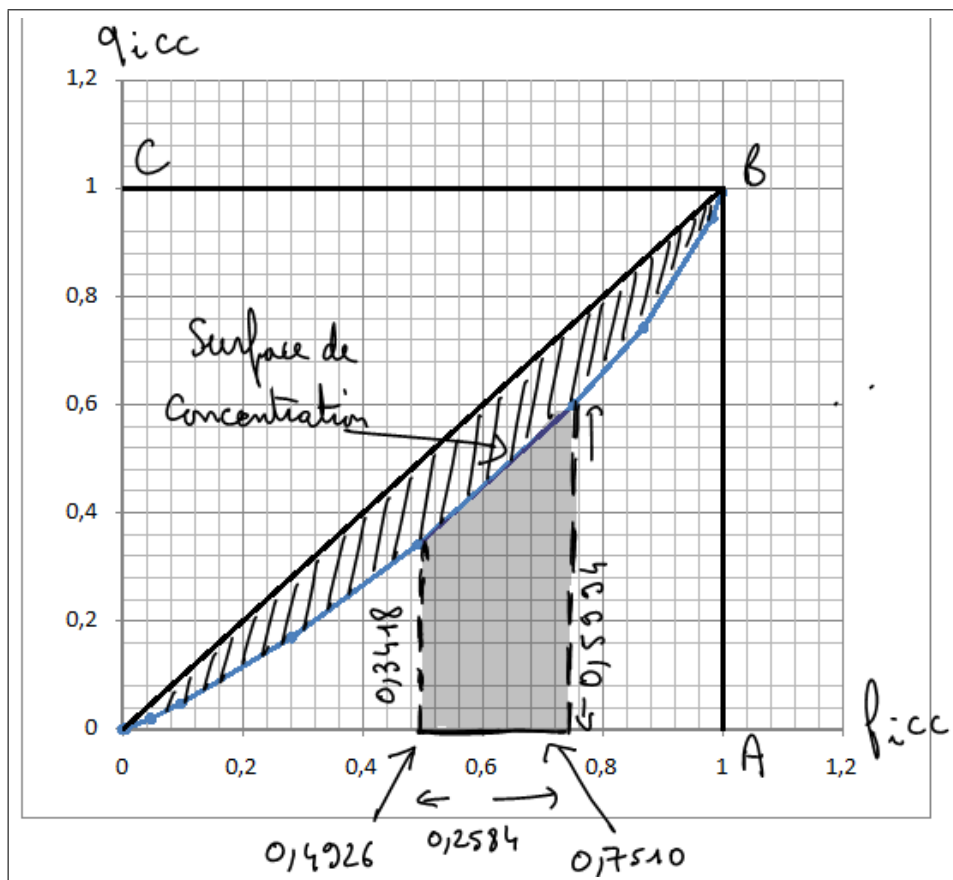
5.  $C_Y = \frac{Q_1 + Q_3 - 2M_e}{Q_3 - Q_1} = \frac{58.87 + 70.17 - 2 * 64.38}{9.3} \simeq 3.01 \times 10^{-2}$ . Ce coefficient sans unité, est positif ; il est du signe du numérateur et nous indique que  $Q_1 + Q_3 > 2M_e$  soit que  $\frac{Q_1 + Q_3}{2} > M_e$ , donc que la médiane est à gauche du milieu de la boîte à moustache : la série est légèrement asymétrique, étalée à droite.
6. Le tableau statistique permet de calculer la moyenne de cette série :  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{20997.5}{325} \simeq 64.61$ .  
Remarque : on a  $M_o \leq M_e \leq \bar{x}$ , ce qui est cohérent avec un étalement à droite.
7. Le tableau permet de calculer  $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2$ , si on utilise la formule développée :  $V(x) = \frac{1376331.25}{325} - \left( \frac{20997.5}{325} \right)^2 = 60.71$ , soit un écart-type  $\sigma(x) = \sqrt{60.71} = 7.79$

## 2 EXERCICE-2

On a dressé le tableau statistique pour répondre aux différentes questions.

| $a_i$ | $b_i$ | $x_i$ | $n_i$   | $f_i$  | $f_{iCC}$ | $n_i x_i$ | $n_i x_i^2$ | $q_i$  | $q_{iCC}$ | $S_i$  |
|-------|-------|-------|---------|--------|-----------|-----------|-------------|--------|-----------|--------|
| 0     | 50    | 25    | 9246    | 0.0036 | 0.0036    | 231150    | 5778750     | 0.0007 | 0.0007    | 0.0000 |
| 50    | 70    | 60    | 111107  | 0.0431 | 0.0467    | 6666420   | 399985200   | 0.0191 | 0.0198    | 0.0004 |
| 70    | 80    | 75    | 129457  | 0.0502 | 0.0969    | 9709275   | 728195625   | 0.0278 | 0.0476    | 0.0017 |
| 80    | 100   | 90    | 476716  | 0.1849 | 0.2817    | 42904440  | 3861399600  | 0.1229 | 0.1705    | 0.0202 |
| 100   | 120   | 110   | 543670  | 0.2108 | 0.4926    | 59803700  | 6578407000  | 0.1713 | 0.3418    | 0.0540 |
| 120   | 150   | 135   | 666398  | 0.2584 | 0.7510    | 89963730  | 12145103550 | 0.2577 | 0.5994    | 0.1216 |
| 150   | 180   | 165   | 301428  | 0.1169 | 0.8679    | 49735620  | 8206377300  | 0.1425 | 0.7419    | 0.0784 |
| 180   | 300   | 240   | 294687  | 0.1143 | 0.9821    | 70724880  | 16973971200 | 0.2026 | 0.9445    | 0.0964 |
| 300   | 500   | 400   | 42172   | 0.0164 | 0.9985    | 16868800  | 6747520000  | 0.0483 | 0.9928    | 0.0158 |
| 500   | 800   | 650   | 3871    | 0.0015 | 1.0000    | 2516150   | 1635497500  | 0.0072 | 1.0000    | 0.0015 |
|       |       |       | 2578752 | 1.0000 |           | 349124165 | 57282235725 | 1.0000 |           | 0.3900 |

- On trouve donc  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{349124165}{2578752} \simeq 135.38$
- Le tableau permet de calculer  $V(x) = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2$ , si on utilise la formule développée :  $V(x) = \frac{57282235725}{2578752} - (135.38)^2 \simeq 3885.42$  soit un écart-type  $\sigma(x) = \sqrt{3885.42} \simeq 62.33$ .
- La courbe de Lorentz est tracée ci-dessous, avec en abscisse les  $f_{iCC}$  et en ordonnée les  $q_{iCC}$  (masses relatives cumulées croissantes). On lit par exemple dans le tableau que salariés 28.17% salariés les moins bien payés (salaire inférieur ou égal à 100), se partagent 17.05% de la masse salariale. L'indice de concentration de Gini est le rapport entre l'aire de concentration et l'aire du triangle  $OAB$ , soit  $I_c = \frac{A_c}{0.5} = 2A_c$ , puisque le triangle  $OAB$  a une aire de 0.5. On a calculé les aires ( $S_i$ ) des trapèzes (le premier est en fait un triangle) et on a effectué la somme, pour obtenir l'aire du domaine situé sous la courbe de Lorentz, soit 0.39 ; il reste à calculer l'aire de concentration ;  $A_c = 0.5 - 0.39 = 0.11$  d'où un indice de Gini de :  $I_c = 2 * 0.11 = 0.22$ , soit de 22%. La concentration est faible car cet indice est plus proche de 0 que de 1.



4. Le tableau statistique et notamment les masses relatives cumulées croissantes nous montrent que la médiane est dans l'intervalle  $[120; 150[$  ; il reste à effectuer une interpolation linéaire, c'est à dire à écrire l'alignement des trois points :  $A(120; 0.3418)$ ,  $B(150; 0.5994)$  et  $M(M_l; 0.50)$ , ce qui donne :  $\frac{0.5994 - 0.3418}{150 - 120} = \frac{0.50 - 0.3418}{M_l - 120}$  soit  $M_l = 120 + \frac{0.50 - 0.3418}{0.5994 - 0.3418} * 30 \simeq 138.42$ . Les agents de l'état gagnant moins de 138.42 KF se partageaient 50% de la masse salariale.