

PARTIEL

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.

/6

Exercice 1 -

- /1 (a) Démontrer que $E = \{(2x + 1, x - 2, 3) \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{R}\}$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
- /2 (b) Démontrer que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + 7z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.
- /1.5 (c) Donner une base du sous-espace vectoriel F en précisant sa dimension.
- /1.5 (d) Considérons dans $\mathbb{R}^3$ les vecteurs suivants : $u = (3, -1, -1)$ et $v = (-2, 3, 1)$. Montrer que $\{u, v\}$ est aussi une base du sous-espace vectoriel F .

Exercice 2 - Calculer $2(AB)^T - 5C$, où A , B et C sont les trois matrices suivantes :

/2

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 4 & -7 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Exercice 3 - A l'aide du pivot de Gauss, mettre sous forme ligne-échelle réduite la matrice suivante :

/5

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & -1 & -2 & 0 \\ -3 & 9 & -2 & 3 & 5 & 4 \\ 2 & -6 & 1 & -3 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 0 & -2 & 7 & 10 \end{bmatrix}.$$

Exercice 4 - Résoudre le système suivant en exprimant l'ensemble des solutions comme somme d'une solution particulière et d'une solution du système homogène associé :

/3

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -x + 2y + 3z = 2 \\ -2x + 3y - z = -3 \end{cases}$$

Exercice 5 - Résoudre le système suivant en fonction du paramètre réel a :

/4

$$\begin{cases} ax + 5y + 2z = 4a - 4 \\ x + 3y + az = a - 1 \\ -2x - y + 2z = -a - 2 \end{cases}$$