

EXAMEN DE MÉTHODES QUANTITATIVES 2

2ÈME SESSION

Durée : 2 heures

Les téléphones portables doivent être éteints. Le barème est donné à titre indicatif. Une table de loi statistique est disponible à la fin de l'énoncé.

Exercice 1 - (12 points) Dans cet exercice, les questions sont indépendantes.

- 12.5 1. Trouver les extrema éventuels de la fonction $f(x) = (x-2)^2(x+1)$ et en déterminer la nature.
- 1/2 2. Donner le développement de Taylor-Lagrange en 0 à l'ordre 2 de la fonction $g(x) = \sqrt{1-2x}$.
- 1/4 3. Posons $h(x, y) = \exp(x\sqrt{y})$. Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 et 2 de h , c'est-à-dire $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}$ et $\frac{\partial^2 h}{\partial y \partial x}$, en précisant leur ensemble de définition.
- 14.5 4. (a) En intégrant par parties, calculer une primitive de la fonction $x \mapsto \ln(x)$ (on pensera à écrire cette fonction sous la forme $1 \times \ln(x)$)
- 1/2 (b) En utilisant la formule de changement de variable, calculer l'intégrale suivante :

$$\int_0^1 x \ln(1+x^2) dx.$$

Exercice 2 - (10 points) Dans une université, on a décidé de pratiquer trois méthodes d'évaluation différentes en mathématiques sur trois groupes ayant sensiblement le même niveau. La première repose sur un examen final, la deuxième sur un examen et un partiel, et la troisième comporte au total 3 ou 4 contrôles. Les moyennes obtenues par les étudiants (notées Y) figurent dans le tableau ci-dessous, en fonction du nombre X d'interrogations.

Nombre d'interrogations (X) Moyennes sur 20 (Y)	$[0;10[$	$[10;20]$
1	34	46
2	12	38
$[3;4]$	24	96

- 14.5 1. Donner n_{32} , n_{1+} et n_{+2} .
- 1/1 2. Calculer f_{2+} et f_{+1} .
- 1/1 3. Calculer $f_{Y \in [0;10[| X=2}$.
- 1/1 4. Calculer la moyenne marginale $\bar{x}$ et la variance $V(x)$.
- 1/1 5. Calculer la moyenne marginale $\bar{y}$ et la variance $V(y)$.
- 14.5 6. Calculer la covariance de X et Y .
- 1/3 7. Effectuer un test du khi2 au seuil de signification de 5%. Conclure sur la dépendance entre X et Y .

Annexe : Table du khi2

ddl \ t	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	10,83	7,88	6,64	5,02	3,84	2,71	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	13,82	10,60	9,21	7,38	5,99	4,61	0,21	0,10	0,05	0,02	0,01	0,00
3	16,27	12,84	11,35	9,35	7,82	6,25	0,58	0,35	0,22	0,12	0,07	0,02
4	18,47	14,86	13,28	11,14	9,49	7,78	1,06	0,71	0,48	0,30	0,21	0,09
5	20,52	16,75	15,09	12,83	11,07	9,24	1,61	1,15	0,83	0,55	0,41	0,21
6	22,46	18,55	16,81	14,45	12,59	10,65	2,20	1,64	1,24	0,87	0,68	0,38
7	24,32	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	2,83	2,17	1,69	1,24	0,99	0,60
8	26,12	21,96	20,09	17,54	15,51	13,36	3,49	2,73	2,18	1,65	1,34	0,86
9	27,88	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	4,17	3,33	2,70	2,09	1,74	1,15
10	29,59	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	4,87	3,94	3,25	2,56	2,16	1,48
11	31,26	26,76	24,73	21,92	19,68	17,28	5,58	4,58	3,82	3,05	2,60	1,83
12	32,91	28,30	26,22	23,34	21,03	18,55	6,30	5,23	4,40	3,57	3,07	2,21
13	34,53	29,82	27,69	24,74	22,36	19,81	7,04	5,89	5,01	4,11	3,57	2,62
14	36,12	31,32	29,14	26,12	23,69	21,06	7,79	6,57	5,63	4,66	4,08	3,04
15	37,70	32,80	30,58	27,49	25,00	22,31	8,55	7,26	6,26	5,23	4,60	3,48
16	39,25	34,27	32,00	28,85	26,30	23,54	9,31	7,96	6,91	5,81	5,14	3,94
17	40,79	35,72	33,41	30,19	27,59	24,77	10,09	8,67	7,56	6,41	5,70	4,42
18	42,31	37,16	34,81	31,53	28,87	25,99	10,87	9,39	8,23	7,02	6,27	4,91
19	43,82	38,58	36,19	32,85	30,14	27,20	11,65	10,12	8,91	7,63	6,84	5,41
20	45,31	40,00	37,57	34,17	31,41	28,41	12,44	10,85	9,59	8,26	7,43	5,92
21	46,80	41,40	38,93	35,48	32,67	29,62	13,24	11,59	10,28	8,90	8,03	6,45
22	48,27	42,80	40,29	36,78	33,92	30,81	14,04	12,34	10,98	9,54	8,64	6,98
23	49,73	44,18	41,64	38,08	35,17	32,01	14,85	13,09	11,69	10,20	9,26	7,53
24	51,18	45,56	42,98	39,36	36,42	33,20	15,66	13,85	12,40	10,86	9,89	8,09
25	52,62	46,93	44,31	40,65	37,65	34,38	16,47	14,61	13,12	11,52	10,52	8,65
26	54,05	48,29	45,64	41,92	38,89	35,56	17,29	15,38	13,84	12,20	11,16	9,22
27	55,48	49,65	46,96	43,20	40,11	36,74	18,11	16,15	14,57	12,88	11,81	9,80
28	56,89	50,99	48,28	44,46	41,34	37,92	18,94	16,93	15,31	13,57	12,46	10,39
29	58,30	52,34	49,59	45,72	42,56	39,09	19,77	17,71	16,05	14,26	13,12	10,99
30	59,70	53,67	50,89	46,98	43,77	40,26	20,60	18,49	16,79	14,95	13,79	11,59
31	61,10	55,00	52,19	48,23	44,99	41,42	21,43	19,28	17,54	15,66	14,46	12,20
32	62,49	56,33	53,49	49,48	46,19	42,59	22,27	20,07	18,29	16,36	15,13	12,81
33	63,87	57,65	54,78	50,73	47,40	43,75	23,11	20,87	19,05	17,07	15,82	13,43
34	65,25	58,96	56,06	51,97	48,60	44,90	23,95	21,66	19,81	17,79	16,50	14,06
35	66,62	60,28	57,34	53,20	49,80	46,06	24,80	22,47	20,57	18,51	17,19	14,69