Corrigé du contrôle continu

Exercice 1 :

1) Il s'agit d'un caractère quantitatif discret.

2)

x_i	n_i	n_{icc}	f_{icc}	f_{icd}
102	65	65	0,1940	1
103	80	145	0,4328	0,8060
104	56	201	0,6000	0,5672
105	48	249	0,7433	0,4000
106	34	283	0,8448	0,2567
107	23	306	0,9134	0,1552
108	17	323	0,9642	0,0866
109	7	330	0,9851	0,0358
110	3	333	0,9940	0,0149
111	2	335	1	0,0060
total	335			

3) En lisant le tableau, on voit que 91,34 % des individus ont un âge inférieur ou égal à 107 ans. De même, on lit que 25,67 % des individus ont un âge strictement supérieur à 105 ans.

4) On a : $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i x_i = \frac{1}{335}(65\times102+80\times103+56\times104+48\times105+34\times106+23\times107+17\times108$
$+7\times109+3\times110+2\times111)$

$$= \frac{34950}{335} \approx 104,33 \text{ ans.}$$

L'âge moyen est donc de 104,33 ans.

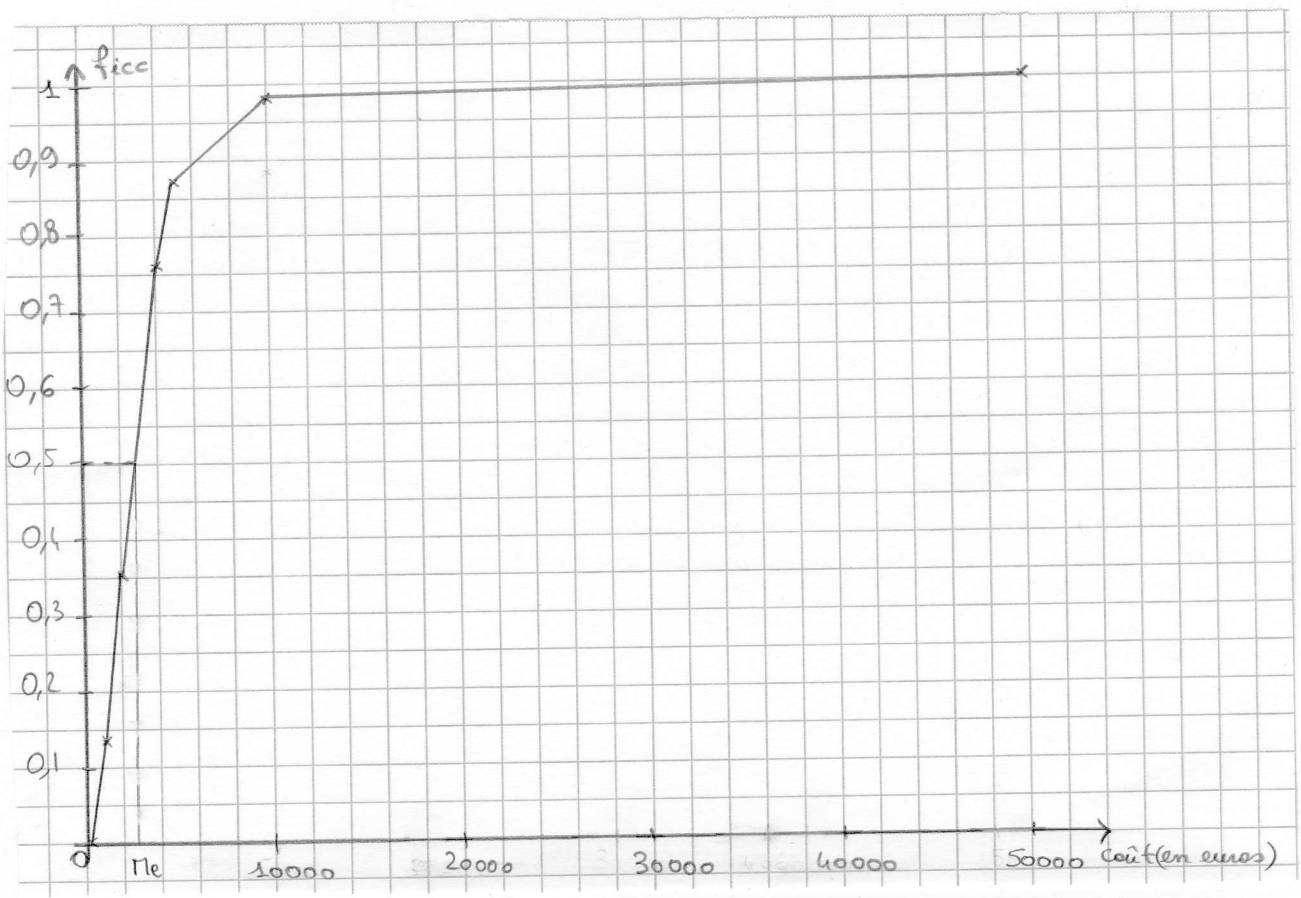
5) Comme $N = 335$ est impair, la médiane est la $\frac{335+1}{2} = 168$-ième observation.
En lisant le tableau, on trouve que la médiane est de 104 ans.

Exercice 2:

1)

classes	n_i	f_i	f_{icc}	d_i
[0;1000[	124	0,1378	0,1378	0,124
[1000;2000[	195	0,2167	0,3544	0,195
[2000;4000[	372	0,4133	0,7678	0,186
[4000;5000[	100	0,1111	0,8789	0,1
[5000;10000[	91	0,1011	0,9800	0,0182
[10000;50000[	18	0,0200	1	0,00045
total	900	1		

2)



En regardant sur la courbe quel point a pour ordonnée 0,5, on trouve:

Me ≈ 2 700 euros.

3) En lisant le tableau, on trouve que 87,89% des sinistres ont un montant inférieur à 5000 euros et 100-35,44 = 64,56% des sinistres ont un montant supérieur à 2000 euros.

4) On commence par calculer les $d_i = \frac{n_i}{A_i}$ où A_i est l'amplitude de la classe.

La classe modale est donc la classe [1000;2000[(c'est celle dont le d_i est le plus élevé)

On a alors :

$$n_0 = \frac{(h-h_2)x_1 + (h-h_1)x_2}{(h-h_1)+(h-h_2)} \quad \text{avec} \begin{cases} h = 0,195 \\ h_1 = 0,124 \\ h_2 = 0,186 \\ x_1 = 1000 \\ x_2 = 2000 \end{cases}$$

$$= \frac{(0,195-0,186)\times 1000 + (0,195-0,124)\times 2000}{(0,195-0,124)+(0,195-0,186)}$$

$= 1887,5$ euros.

5) On a : $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i x_i$ où x_i est le centre de la classe

$$= \frac{1}{900} \times (124\times 500 + 195\times 1500 + 372\times 3000 + 100\times 4500 + 91\times 7500 + 18\times 30000)$$

$$= \frac{3143000}{900} \approx 3492,22 \text{ euros.}$$

Le coût moyen d'un sinistre est donc de $3492,22$ euros.

6) On a : $V(x) = \frac{1}{N} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2$

$$= \frac{1}{900} \times (124\times 500^2 + 195\times 1500^2 + 372\times 3000^2 + 100\times 4500^2 + 91\times 7500^2 + 18\times 30000^2) - (3492,22)^2$$

$$= \frac{27161500000}{900} - (3492,22)^2$$

≈ 17983828

et $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \approx 4240,73$ euros

7) Il y a donc 50% des sinistres dont le montant est inférieur à 2706,3 euros et 90% des sinistres dont le montant est inférieur à 6043,96 euros.

Le pourcentage de sinistres dont le montant est compris entre 2706,3 et 6043,96 euros est de 40%.

Exercice 3:

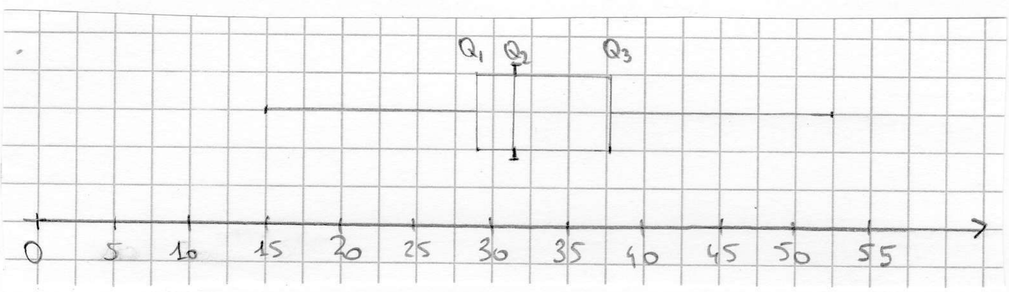
1) On a : $EIQ = Q_3 - Q_1 = 9,65$

donc $Q_1 - 1.5 EIQ = 13,765$

et $Q_3 + 1.5 EIQ = 52,365$

Comme $15 \geq 13,765$, on ne coupe pas la moustache gauche.

Comme $65 \geq 52,365$, on coupe la moustache droite à $Q_3 + 1,5 EIQ$.



2) On a : $C_Y = \dfrac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1} = \dfrac{28.24 + 37.89 - 2 \times 32.81}{37.89 - 28.24}$

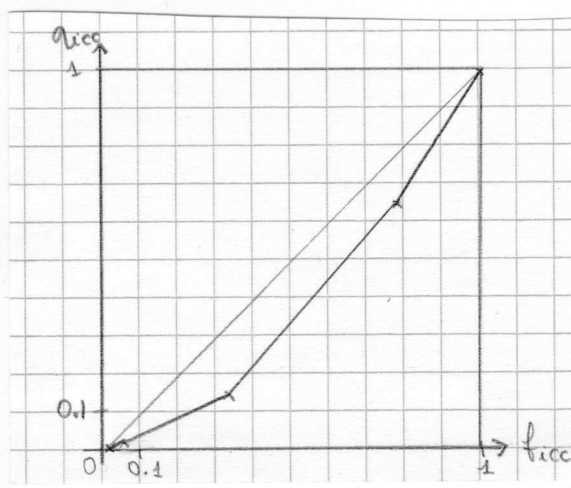
$= 0,0528$

Comme $C_Y > 0$, la série est asymétrique, étalée à droite.

Exercice 4:

1)

classes	n_i	x_i	f_{icc}	$n_i x_i$	q_{icc}	A_i
[0;2.5[	51	1.25	0,0487	63.75	0,0085	0,0002
[2.5,5[	300	3.75	0,3352	1125	0,1590	0,0240
[5;10[	482	7.5	0,7956	3615	0,6423	0,1844
[10;15[	214	12.5	1	2675	1	0,1678
total	1047			7478,75		0,3765



On commence par calculer les f_{icc} et les q_{icc}.

Puis on trace la courbe de Lorentz qui relie les (f_{icc}, q_{icc}).

2) On a alors : $I_G = \dfrac{0,5 - \sum A_i}{0.5} = \dfrac{0,5 - 0.3765}{0.5} \approx 0,247$

Comme I_G est proche de 0, la concentration est faible donc la répartition est égalitaire.

3) La médiale se situe dans la classe [5;10[car la moitié de la masse est atteinte dans cette classe ($0{,}1590 < 0{,}5 < 0{,}6423$).

On a alors : $Ml = \frac{(0.5 - 0{,}1590)}{(0.6423 - 0{,}1590)} \times (10-5) + 5$

$\approx 8{,}528$ k€

Les agences ayant un chiffre d'affaires inférieur à 8.528 k€ se partagent la moitié du chiffre d'affaires total.