

PARTIEL

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.

(16)

Exercice 1 -/1 (a) Démontrer que $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3x - 4\}$ n'est pas un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^2 .

/2

(b) Démontrer que $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid -x + 4y + 2z = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 .

/1

(c) Considérons dans \mathbb{R}^3 les trois vecteurs suivants : $u = (2, 1, -1)$, $v = (-2, -3, 5)$ et $w = (0, -1, 2)$. Démontrer que u , v et w sont des éléments du sous-espace vectoriel F défini à la question (b).

/2

(d) La famille (u, v, w) est-elle libre ? En déduire une base de F .**Exercice 2 -** Calculer $-3A^T + BC$, où A , B et C sont les trois matrices suivantes :

(12)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 3 & -7 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Exercice 3 - A l'aide du pivot de Gauss, mettre sous forme ligne-échelle réduite la matrice suivante :

(15)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & -2 & 5 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -6 & 14 & 3 & 5 & -9 \\ -2 & 4 & -5 & 11 & -5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Exercice 4 - Résoudre le système suivant en exprimant l'ensemble des solutions comme somme d'une solution particulière et d'une solution du système homogène associé :

(14)

$$\begin{cases} -2x + 4y - 6z = -4 \\ x - y - 2z = -2 \\ -3x + 5y - 4z = -2 \end{cases}$$

Exercice 5 - Résoudre le système suivant en fonction du paramètre réel a :

(13)

$$\begin{cases} ax + 5y - 2z = -3a + 2 \\ x - y + z = a + 1 \\ -3x - 5y + az = 4a - 6 \end{cases}$$