Univ. Paris VIII, 2012-2013

Partiel d'Analyse 1

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones portables doivent être éteints.

/4

Exercice 1 - Déterminer, si ils existent, le maximum, le minimum, la borne supérieure et la borne inférieure de chacun des ensembles suivants (considérés dans $\mathbb{R}$) :

/2 (a) $E = \{x \in \mathbb{R},\, \exists n \in \mathbb{N} \text{ tel que } x = \frac{1}{n+2}\}$.

/2 (b) $F = \{x \in \mathbb{R},\, x^2 - x - 6 \leq 0\}$.

/7

Exercice 2 - Déterminer la limite éventuelle de f en x_0, dans chacun des cas suivants :

/4 (a) $f(x) = \frac{x^2-2x-8}{x^2+x-2}$, $\quad x_0 \in \{-\infty, -2, 1, +\infty\}$.

/3 (b) $f(x) = \sqrt{x^2+2x+3} - \sqrt{x^2+1}$, $\quad x_0 \in \{-\infty, +\infty\}$.

Exercice 3 - Soient a un nombre réel, et f la fonction définie par :

/3

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} \text{ pour } x > 0, \\ a + x \text{ pour } x \leq 0. \end{cases}$$

/0.5+ /2.5 Déterminer (en fonction de a) si f est continue sur $\mathbb{R}$.

/6

Exercice 4 - Dériver les fonctions suivantes (après avoir précisé leur ensemble de définition) :

(a) $f(x) = \ln(1+\sqrt{x})$.

/2 + /2 + /2 (b) $g(x) = \frac{e^x+2}{x^2-1}$.

(c) $h(x) = (x+2)e^{x^2}$.