

## PARTIEL

Durée : 2 heures

*Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.***Exercice 1** - Dans cet exercice, les questions sont indépendantes./1 (a) Démontrer que  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$  n'est pas un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^2$ ./2.5 (b) Démontrer que  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - z = 0\}$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ ./2.5 (c) Considérons dans  $\mathbb{R}^3$  les trois vecteurs suivants :  $u = (3, 2, -1)$ ,  $v = (-2, 4, -5)$  et  $w = (8, 0, 3)$ . Démontrer que la famille  $(u, v, w)$  est liée, et exprimer  $w$  comme combinaison linéaire de  $u$  et  $v$ .**Exercice 2** - Calculer  $(AB - 2C)^T$ , où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les trois matrices suivantes :

/2 
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}.$$

**Exercice 3** - A l'aide du pivot de Gauss, mettre sous forme ligne-échelle réduite la matrice suivante :

/5 
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -5 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & -1 & -4 & 11 \\ -1 & -2 & 0 & -1 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & -4 & 6 \end{bmatrix}.$$

**Exercice 4** - Résoudre le système suivant :

/4 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ -x + 2y + 2z = -3 \\ 3x - 4y + 4z = 5 \end{cases}$$

**Exercice 5** - Résoudre le système suivant en fonction du paramètre réel  $a$  :

/3 
$$\begin{cases} ax + 2y - 3z = a + 1 \\ x - y + 2z = -1 \\ 2x + ay + z = -3a + 1 \end{cases}$$