

/20 + 3 pts bonus

Univ. Paris VIII, 2010-2011

PARTIEL D'ANALYSE 2

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones portables doivent être éteints.

/4 **Exercice 1** - Démontrer que les suites suivantes convergent, et déterminer leurs limites :

/2 (a) $u_n = \frac{n^3-2}{2n^3-n^2+1}$, avec $n \geq 1$.

/2 (b) $v_n = (-\frac{1}{3})^n + 5$.

/4 **Exercice 2** - Etudier le comportement des séries de terme général suivant :

/2 (a) $u_n = \frac{1}{4^n}$.

/2 (b) (à l'aide du critère de d'Alembert) $v_n = n^2 e^{-n}$.

/5 + /3 **Exercice 3** - Donner les développements limités en $x = 0$ des fonctions suivantes :

/2 (a) $f(x) = e^{-x}$ à l'ordre 2.

/3 (b) $g(x) = \sin^2 x$ à l'ordre 4.

/3 (c) $h(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$ à l'ordre 3.

Commencez par donner le DL en $x=0$ à l'ordre 4 de la fonction $H(x) = \ln(1+x)$ puis en déduire le DL en $x=0$ à l'ordre 3 de $h(x)$

Exercice 4 - /7

/2 (a) Calculer à l'aide d'une intégration par parties : $\int_{-1}^1 (x+1)e^{-x} dx$.

/3 (b) Calculer à l'aide d'un changement de variable : $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \sin(x^2) dx$.

/2 (c) Déterminer si l'intégrale généralisée suivante existe : $\int_1^{+\infty} \frac{x}{x^3+1} dx$ (on pourra utiliser une majoration de la fonction).