

PARTIEL

Durée : 2 heures

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.

/5

Exercice 1 - Soit (S) le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ -4x + y + 2z = 1 \\ 2x - z = -1 \end{cases}$$

/1

1. Ecrire la matrice augmentée associée.

/3

2. La mettre sous forme ligne-échelle réduite à l'aide du pivot de Gauss.

/1

3. Finir la résolution du système.

/5

Exercice 2 - Soit A la matrice suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 7 & 2 \\ -5 & 2 & 1 & 1 & -6 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

/4

1. Mettre A sous forme ligne-échelle réduite.

/1

2. En déduire le rang de A .

Exercice 3 - Résoudre le système suivant en fonction du paramètre a :

/4

$$\begin{cases} ax + (1-a)y + (1-a)z = a^2 \\ ax + (1+a)y + (1+a)z = a - a^2 \\ x + y + z = 1 - a \end{cases}$$

On précisera, suivant les valeurs du paramètre a , si le système n'a pas de solution, a une solution, ou a une infinité de solutions.

/6

Exercice 4 - Notons A, B, C les trois matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 8/3 & 1 \\ 3 & 0 & -7/3 \\ 1/3 & -1 & 5/3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

1. Calculer le produit BC , puis en déduire la matrice $D = (3A - BC)^T$.

2. Résoudre le système matriciel $DX = E$ où $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ et $E = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$. On donnera les solutions du système linéaire comme somme d'une solution particulière et d'une solution du système linéaire homogène associé.

/2 + /1

/3