

EXAMEN

Les calculatrices sont interdites, et les téléphones doivent être éteints.

Exercice 1 - Résoudre à l'aide du pivot de Gauss le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -1 \\ -x + 2y + 4z = 1 \\ x + 12y + 10z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2 - Dans cet exercice, on considère la matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

1. Démontrer que A est inversible, et calculer son inverse (à l'aide du pivot de Gauss).
2. En déduire une solution du système linéaire $\begin{cases} x + z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

Exercice 3 - Calculer le déterminant de la matrice suivante (en la mettant éventuellement sous forme triangulaire supérieure) :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 5 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

Exercice 4 - Considérons la matrice suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Calculer la matrice adjointe de B .
2. En déduire l'inverse de B .

Exercice 5 - En utilisant les déterminants, trouver les valeurs réelles de c pour lesquelles la matrice suivante est non-singulière :

$$\begin{bmatrix} c & 6 & -6 \\ -1 & 2 & c \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$$

Exercice 6 - Résoudre en utilisant la règle de Cramer le système linéaire $\begin{cases} 2x + 4y = -1 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$